УДК 677.024:63.09:004.942 **DOI:** https://doi.org/10.24412/2079-7958-2023-3-37-43

О ПРЕОБРАЗОВАНИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОЛОКНИСТОГО МАТЕРИАЛА В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ ПРЯДИЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Н.А. Гиссек, Т.А. Самойлова, П.А. Севостьянов

Российский государственный университет им. А.Н. Косыгина, Российская Федерация

АННОТАЦИЯ

Технологический процесс можно исследовать, опираясь на данные по преобразованию распределений характеристик обрабатываемого волокнистого материала. Модель преобразования распределения может использоваться как инструмент для управления и оптимизации процесса.

Рассмотрим технологический процесс как неоднородный дискретный Марковский вероятностный процесс. Авторами предложена вероятностная модель преобразования распределения некоторой количественной характеристики волокон в потоке волокнистого материала в технологическом процессе. Преобразование распределения волокнистого материала в этом процессе основано на весовой функции, связывающей распределения характеристик волокон и волокнистого материала до и после процесса.

С помощью дискретизации модели найдена матрица преобразования. В статье рассмотрены различные методики решения задачи оценивания весовой функции преобразования.

В качестве алгоритма оптимального оценивания элементов матрицы преобразования предложен адаптивный случайный поиск. Установлено, что качество оценивания зависит от априорной информации о процессе.

Разработанная модель для описания преобразований характеристик волокнистого материала в технологическом процессе дает возможность изучить особенности взаимодействия волокон с рабочими органами машин и позволяет управлять и оптимизировать режим этого взаимодействия.

Ключевые слова: *волокно; волоконный материал; технологический процесс; распределение; дискретная цепь Маркова.*

Информация о статье: *поступила 23 октября 2023 года.*

Статья подготовлена по материалам доклада Международной научно-технической конференции «Инновации в текстиле, одежде, обуви (ICTAI–2023)».

ABOUT THE TRANSFORMATION OF THE DISTRIBUTION OF FIBROUS MATERIAL IN THE TECHNOLOGICAL PROCESS OF SPINNING INDUSTRY

Natalia A. Gissek, Tatyana A. Samoilova, Petr A. Sevostyanov

The Kosygin State University of Russia, Russian Federation

ABSTRACT

The technological process can be studied based on data on the transformation of the distributions of characteristics of the processed fibrous material. The model of distribution transformation can be used as a tool for process control and optimization.

We view the technological process as a heterogeneous discrete Markov probabilistic process. The authors proposed a probabilistic model for transforming the distribution of a particular quantitative characteristic of fibers in the flow of fibrous material in the technological process. The transformation of the fiber material distribution in this process is predicated on a weighting function relating the distributions of fiber and fibrous material characteristics before and after the process.

Through discretization of the model, the transformation matrix was determined. The article discusses various methods for solving the problem of estimating the weighting transformation function.

An adaptive random search is proposed as an algorithm for optimal estimation of transformation matrix elements. It has been established that the quality of the assessment depends on a priori information about the process.

The formulated model for describing the transformations of the characteristics of fibrous material in the technological process enables the study of the features of the interaction of fibers with the working parts of machines and facilitated the control and optimization of the mode of this interaction.

Keywords: *fiber; fibrous material; technological process; distribution; discrete markov chain.*

Article info: *received October 23, 2023.*

The article was prepared based on the report of the International Scientific and Technical Conference "International Conference on Textile and Apparel Innovation ICTAI–2023".

Поток волокнистого материала (ВМ), подвергаемого обработке в технологическом процессе (ТП), может быть описан совокупностью распределений его характеристик: длины, тонины, распрямленности, ориентации, прочности волокон, доле сорных примесей, влажности и т. п. В результате взаимодействия с рабочими органами машины в ТП распределения значений некоторых характеристик потока изменяются. Поэтому по преобразованию распределения можно оценивать процесс и управлять им.

Обычно для оптимизации процесса используют статические регрессионные модели, связывающие математические ожидания характеристик ВМ. Для управления пользуются передаточными функциями, описывающими в линейном приближении динамику преобразования усредненных характеристик потока ВМ [1]. Практическая значимость рассматриваемой ниже модели преобразования распределения заключается в возможности использования ее как инструмента для синтеза управления и оптимизации процесса наряду с указанными выше методами. Однако реализация этой задачи выходит за пределы данной статьи.

Рассмотрим модель преобразования распределения некоторой характеристики волокнистого материала и возможные методы её получения. В линейном приближении преобразование распределения можно представить интегралом

$$f_1(x) = \int_0^\infty h(x, y) \cdot f_0(y)\, dy . \qquad (1)$$

В этой формуле $f_0(y)$ и $f1(x)$ – распределения некоторой характеристики волокнистого материала до и после процесса, $h(x,y)$ весовая функция преобразования. Задача заключается в оценке этой весовой функции при известных оценках распределений.

При некоторых дополнительных предположениях о свойствах весовой функции задача решается аналитически. Если предположить, что весовая функция зависит только от разности своих аргументов

$$h(x, y) = h(y - x), \qquad (2)$$

то интеграл (1) представляет собой свертку [2], которая в изображениях функций по Лапласу приводит к решению задачи

$$H(s) = F_1(s) / F_0(s), \qquad (3)$$

где $F_0(s)$, $F_1(s)$ и $H(s)$ – изображения по Лапласу, соответственно, распределений $f_0(y)$, $f_1(x)$ и весовой функции $h(z = y - x)$.

Например, длина и тонина волокон шерсти имеют распределения, близкие к классу гамма-распределений [1]

$$f_0(x) = ax \cdot \exp(-ax), \qquad f_1(x) = \frac{b(bx)^2}{2} \exp(-bx), \;\; x \geq 0 .$$

Для этого примера полученная с помощью формулы (3) и обратного преобразования Лапласа весовая функция равна

$$h(z) = \frac{3a}{(a-b)^2} e^{-az} - \frac{az}{2}\left(\frac{a-b}{b}\right)^3 e^{-az} + a\frac{3b-2a}{2b^3}\delta(z) + \frac{a}{2b^3}\frac{d\delta(z)}{dz}.$$

В этом выражении $\delta(z)$ – дельта-функция Дирака.

Однако, условие (2) для преобразования (1) в интеграл свертки, как правило, не выполняется, а распределения $f_0(y)$ и $f_1(x)$ известны приближенно, по результатам экспериментов, обычно в виде гистограмм. Поэтому преобразуем задачу в дискретную форму аналога уравнения (1)

$$P_1(j) = \sum_{k=1}^{N} h(j,k) \cdot P_0(k), \quad j = 1, \ldots, N. \qquad (4)$$

В этой формуле $P_0(k)$ и $P_1(j)$ – дискретизированные (полученные с помощью гистограммы) оценки распределений характеристики ВМ. Например, это оценки распределений длины волокон до и после процесса взаимодействия с рабочими органами машины, $h(j,k)$ – весовая функция, связывающая k-й интервал гистограммы распределения $P_0(k)$ до процесса с j-м интервалом гистограммы распределения $P_1(j)$ после процесса.

Оценку значений весовой функции при известных из эксперимента значениях распределений можно получить по критерию наименьших квадратов или другому, более робастному критерию [3]. Ниже приведены два критерия: критерий наименьших квадратов и минимаксный критерий

$$Wq(h) = \sum_{j=1}^{N}\left(P_1(j) - \sum_{k=1}^{N} h(j,k)\cdot P_0(k)\right)^2 \to \min_{h(j,k)} \quad (5)$$

$$Wm(h) = \max_{j=1,\dots,N}\left|P_1(j) - \sum_{k=1}^{N} h(j,k)\cdot P_0(k)\right| \to \min_{h(j,k)} \quad (6)$$

Оценки вероятностей и весовой функции удовлетворяют естественным условиям нормировки

$$\sum_{k=1}^{N} P_0(k) = 1, \quad \sum_{k=1}^{N} P_1(k) = 1, \quad \sum_{j=1}^{N} h(j,k) = 1, \quad k = 1,\dots,N \quad (7)$$

и условиям неотрицательности $P_0(k) \geq 0$ и $P_1(j) \geq 0$.

Поскольку количество варьируемых коэффициентов велико (~N^2), то для поиска решения был использован адаптивный случайный поиск [4] с варьированием значений $h(j,k)$ в начальных пределах [0; +10] с последующим многократным сжатием интервала вокруг уже найденного наилучшего на текущий момент поиска решением.

Алгоритм поиска оптимальных оценок элементов весовой матрицы – матрицы вероятностей переходов – включал следующие шаги:

1. Задание параметров: числа пробных решений $Npovt$, числа шагов адаптации области поиска Nad, коэффициента сжатия области поиска b, векторов распределений P_0 и P_1, середины области поиска – «начальной» весовой матрицы MH – и матрицы «начальных» среднеквадратических отклонений SH.

2. Расчет начального значения критерия оптимальности оценки по формулам (5) или (6). Сохранение начального решения как «оптимального»: $Hopt = MH$ и значения критерия $Wqopt$ (или $Wmopt$).

3. Для $ad = 1, \dots, Nad$ выполнить:

Для $povt = 1, \dots, Npovt$ выполнить

А. Генерация пробного решения – элементов матрицы $\|h(j,k)\|$ – с использованием генератора нормально распределенных чисел со средними значениями из матрицы MH и среднеквадратическими значениями из матрицы SH.

В. Вычисление для пробных решений значений критерия оптимальности, сравнение их с $Wqopt$ (или $Wmopt$) и сохранение наименьшего из них с соответствующим ему пробным решением в качестве текущего «оптимального» решения.

Адаптация: перемещение центра поиска в наилучшую найденную точку $MH = Hopt$ и сжатие области поиска – уменьшение в b раз элементов матрицы среднеквадратических отклонений $SH \leftarrow SH/b$.

4. Вывод результатов поиска: $\|h(j,k)\| = Hopt$ и минимального значения критерия оптимальности $Wqopt$ (или $Wmopt$).

Для проверки предлагаемой методики оценивания весовой функции были выбраны модельные распределения: для $P_1(k)$ нормальное распределение с математическим ожиданием 26 мм и коэффициентом вариации 20 %; для $P_0(j)$ экспоненциальное распределение с математическим ожиданием 20; по распределениям построены их дискретные аппроксимации – гистограммы с количеством интервалов 51; общее количество повторных пробных вариантов весовой функции – матрицы $h(j,k)$ при случайном адаптивном поиске 105. Модельные распределения сильно отличаются друг от друга, что является наиболее сложным вариантом для проверяемого метода оценивания.

Результаты решения задачи показаны на рисунке 1. Значения $P_0(k)$ и $P_1(j)$ отмечены как «Распределение до ТП» и «Распределение после ТП». Поскольку метод оценивания предполагает возможность априорного задания вида весовой функции, то сравнивались два варианта моделей весовой функции. В первом варианте пробные значения весовой функции генерировались как равномерно распределенные случайные числа с адаптацией области генерации в зависимости от наилучшего, достигнутого на предыдущих испытаниях, результата. Этот вариант, по сути, означает отсутствие априорной информации о весовой функции. Во втором варианте для описания априорной информации о весовой функции была принята форма

$$h(j,k) = c_1 \cdot \exp(-c_2 \cdot j \cdot k/100), \quad i,k = 0,...,N = 50. \quad (8)$$

В этом выражении при случайном поиске задавались случайные значения коэффициентов формы c_1, c_2, которые адаптировались с учетом наилучших, ранее найденных значений.

Проверка качества подбора весовой функции $h(j,k)$ оценивалось путем сравнения модельного распределения P_e, вычисленного по формуле (4) с заменой P_1 на Pe, с выбранным модельным распределением P_1. Графики модельных распределений по двум сравниваемым вариантам показаны на рисунке 1 и обозначены как «Модельное распределение, Н – unif» и «Модельное распределение, Н – exp».

Из полученных результатов следует, что использование априорной информации о весовой функции в виде формы (8) позволило существенно улучшить качество оценки весовой функции, притом, что при полном отсутствии информации (вариант 1) качество подбора весовой функции также является достаточно удовлетворительным и пригодным для изучения и управления ТП.

При использовании модели (1) или ее дискретного варианта (4) следует обязательно учитывать, что в большинстве технологических процессов происходит потеря части обрабатываемого материального потока, которая уходит в отходы и не участвует в последующих процессах. Это, например, непрядомое, очень короткое или поврежденное волокно, сорные примеси, которые отделяются от массы прядомых волокон и выводятся из процесса.

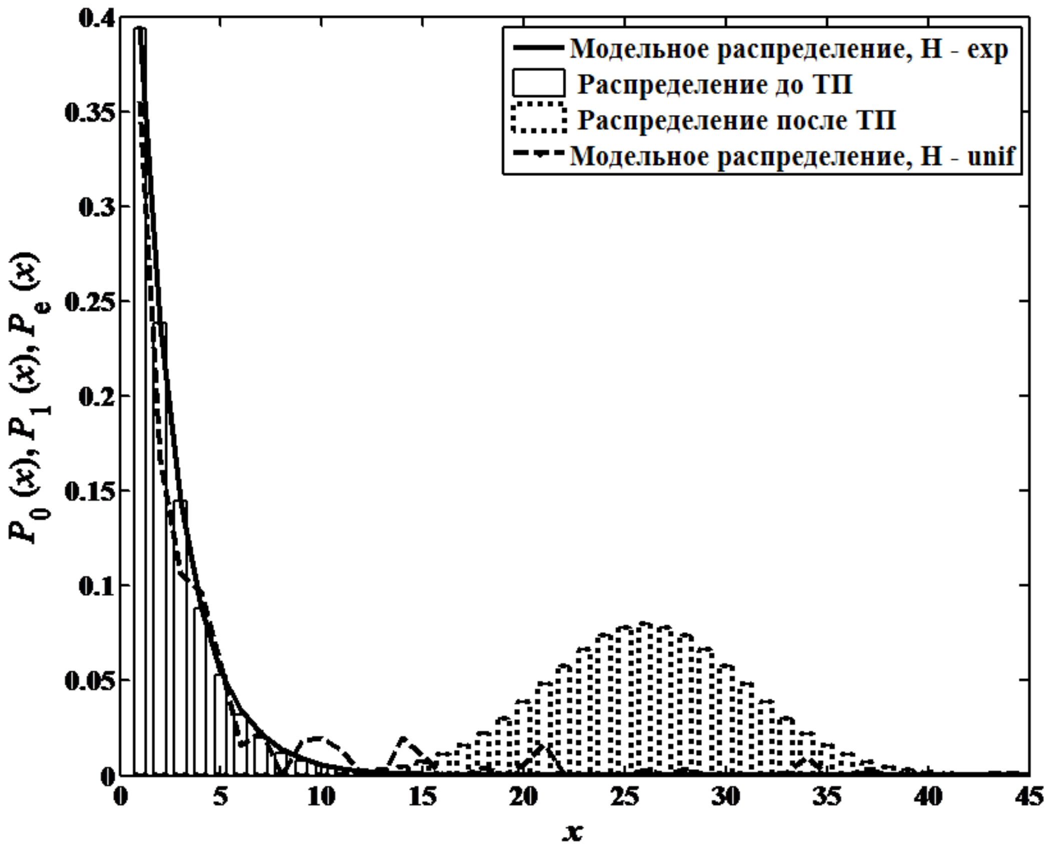

Рисунок 1 – Исходные и модельные распределения

Учет этого обстоятельства в модели означает, что распределения общей массы волокнистого материала на входе и выходе технологического перехода рассчитываются на разные массы волокнистого материала. Например, в соответствии с условием нормировки распределения должны выполняться следующие соотношения

$$P_0(k)=\frac{m_0(k)}{M_0}, \qquad P_1(j)=\frac{m_1(j)}{M_1}, \tag{9}$$

причем должны выполняться равенства

$$\sum_{k=1}^{n} m_0(k)=M_0, \qquad \sum_{j=1}^{n} m_1(j)=M_1. \tag{10}$$

В этих формулах M_0 и M_1 – массы волокнистого материала до и после процесса обработки, а $m_0(k)$ и $m_1(j)$ – массы материала, приходящиеся на, соответственно, на k-й и j-й диапазоны значений рассматриваемой характеристики, например, длины волокон.

В силу сказанного выше, величина M_0 больше M_1. На моделях (1) и (4) это обстоятельство не сказывается, поскольку весовые функции оцениваются в относительных величинах. Однако, при оценке перераспределения массы волокнистого материала между диапазонами значений характеристики изменения абсолютных величин массы, проявляющееся в различии между $m_0(k)$ и $m_1(j)$, может оказаться важным.

Один из формальных способов учета изменения общей массы волокнистого материала по переходам производства в рассматриваемой модели преобразования распределений этой массы заключается в следующем. В число диапазонов, на которые разделяются возможные значения исследуемой характеристики, включают дополнительные диапазоны, попадание в которые означало бы уход соответствующей части волокнистого материала из потока обрабатываемого материала в категорию отходов.

Иными словами, в распределение массы волокнистого материала включаются не только диапазоны распределения перерабатываемого материала, но и потоки материала, уходящего в отходы и не участвующего в дальнейшей переработке. Тем самым можно обеспечить выполнение нормировки распределений, выраженных не только в долях массы, но и в абсолютных значениях массы.

Рассмотрим теперь возможность использования описываемой модели преобразования распределения некоторой характеристики волокнистого материала, например, распределения длины волокон, в нескольких последовательных переходах. Легко видеть, что такое преобразование распределения образует Марковскую цепь. Действительно, преобразование распределения волокнистого материала, по длине на k-м переходе $f_{k-1}(x) \rightarrow f_k(x)$ зависит только от распределения $f_{k-1}(x)$ и не зависит непосредственно, в явном виде, от распределений на предшествующих переходах

$$f_0(x)\rightarrow f_1(x)\rightarrow \ldots \rightarrow f_{k-1}(x)\rightarrow f_k(x)\rightarrow \ldots \rightarrow f_n(x) \tag{11}$$

Заметим, что, хотя преобразование волокнистого потока можно рассматривать как дискретную Марковскую цепь. Эта цепь имеет конечное число «шагов», равное числу производственных переходов, и является неоднородной цепью, поскольку на каждом «шаге» цепи весовая функция, или в дискретном виде, матрица вероятностей переходов, уникальна, т. е. меняется от перехода к переходу.

Марковское свойство преобразования распределений позволяет определять весовую функцию преобразования распределения для нескольких переходов через последовательное интегрирование весовых функций отдельных переходов. Например, весовая функция преобразования распределения $f_{k-2}(x) \rightarrow f_{k+2}(x)$ равна (12).

В случае, если интегралы (1) являются свертками для всех переходов, то интегралы в (12) легко вычисляются через произведение изображений весовых функций (13).

$$h(x_{k-2},x_{k+2})=\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty} h(x_{k-2},x_{k-1})\cdot h(x_{k-1},x_k)\cdot h(x_k,x_{k+1})\cdot h(x_{k+1},x_{k+2})\,dx_{k-1}\,dx_k\,dx_{k+1}. \tag{12}$$

$$H_{k-2,k+2}(s)=H_{k-2,k-1}(s)\cdot H_{k-1,k}(s)\cdot H_{k,k+1}(s)\cdot H_{k+1,k+2}(s). \tag{13}$$

К сожалению, представление преобразования распределения сверткой практически всегда не реализуемо. Поэтому более перспективным является метод дискретизации распределений и оценки матриц вероятностей перехода описанным выше методом.

В этом случае преобразование дискретного распределения волокнистого потока сразу за несколько переходов можно описать соответствующей матрицей вероятностей перехода. Например, преобразование на k-1, …, $k+1$–м переходах можно описать матрицей

$$h_{k-2,k+2}(j,r)=\sum_{s=1}^{N}\sum_{t=1}^{N}\sum_{q=1}^{N}h_{k-2,k-1}(j,s)\cdot h_{k-1,k}(s,t)\cdot h_{k,k+1}(t,q)\cdot h_{k+1,k+2}(q,r) \quad (14)$$

или в матричной форме

$$\mathbf{H}(k-2,k+2)=\mathbf{H}(k-2,k-1)\times\mathbf{H}(k-1,k)\times\mathbf{H}(k,k+1)\times\mathbf{H}(k+1,k+2)\,. \quad (15)$$

Таким образом, располагая весовыми функциями или матрицами преобразования распределений для каждого перехода, можно найти весовую функцию или матрицу вероятностей перехода для любого подмножества последовательных переходов и для всей цепочки переходов производства.

В ряде случаев благодаря конструкции машины и особенностям осуществления на ней технологического процесса, как, например, это имеет место для валичных и шляпочных кардочесальных машин, процесс обработки потока волокнистого материала в пределах одной машины или даже одного узла можно рассматривать последовательные переходы обработки. В этом случае построенная схема моделирования переходов может быть применена к процессам на одной машине.

ВЫВОДЫ

1. Предложена вероятностная модель преобразования распределения некоторой количественной характеристики, например, длины волокон, волокнистого материала в технологическом процессе. Модель основана на представлении о технологическом процессе как неоднородном дискретном Марковском вероятностном процессе.

2. Преобразование распределения волокнистого материала основано на использовании весовой функции, связывающей распределения характеристик волокон и/или волокнистого материала до и после процесса.

3. Предложена и реализована на примере дискретизация модели, позволившая найти численным методом весовую функцию в виде матрицы преобразования.

4. Рассмотрены методики аналитического и численного решения задачи оценивания весовой функции преобразования.

5. Для определения матрицы преобразования предложены критерии и алгоритм оптимального оценивания элементов матрицы преобразования – алгоритм адаптивного случайного поиска оптимальной оценки весовой функции. Приведены примеры результатов двух вариантов оценивания – при отсутствии и при наличии априорной информации о весовой функции. Показано, что качество оценивания слабо зависит от априорной информации о процессе.

6. Предлагаемая модель для описания преобразований характеристик волокнистого материала в процессе его переработки позволяет более глубоко изучить особенности взаимодействия волокон с рабочими органами машин и позволяет управлять и оптимизировать режим этого взаимодействия.

7. Преимущество предлагаемого метода описания технологического процесса основано на относительной простоте получения оценок распределений характеристик волокнистого материала, например, длины волокон, и автоматизации вычисления весовой функции. Практическая значимость метода заключается в возможности прогнозирования работы технологического оборудования по переходам, контроля его эффективности не только по усредненным показателям, но и в целом по распределениям.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Севостьянов, П. А. (2021), *Динамика и модели основных процессов прядения : рыхление, очистка, смешивание, кардо- и гребнечесание, вытягивание, дискретизация, штапелирование, кручение, намотка, перемотка*, Москва, Клуб-Печати, 591 с.
2. Деч, Г. (1960), *Руководство к практическому применению преобразования Лапласа*, Москва, Физматгиз, 207 с.
3. Габасов, Р. , Кириллова, Ф. М. (1984), Конструктивная теория экстремальных задач: Белорусский гос. ун-т им. В. И. Ленина, Минск, Университетское, 203 с.
4. Растригин, Л. А. (1979), *Случайный поиск*, Москва, Знание, 64 с.

REFERENCES

1. Sevostyanov, P. A. (2021), *Dynamics and models of the main spinning processes: loosening, cleaning, mixing, carding and combing, drawing, discretizing, stacking, twisting, winding, rewinding* [Dinamika i modeli osnovnyh processov prjadenija: ryhlenie, ochistka, smeshivanie, kardo- i grebnechesanie, vytjagivanie, diskretizacija, shtapelirovanie, kruchenie, namotka, peremotka],Moscow, Klub-Pechati, 591 p.
2. Doetsch, G. (1960), *Guide to the practical application of the Laplace transform* [Rukovodstvo k prakticheskomu primeneniju preobrazovanija Laplasa], Moscow, Fizmatgiz, 207 p.
3. Gabasov, R., Kirillova, F. M. (1984), *Constructive theory of extremal problems* [Konstruktivnaja teorija jekstremal'nyh zadach]: Belarusian State University named after V.I. Lenin, Minsk, Universitetskoe, 203 p.
4. Rastrigin, L. A. (1979), *Random search* [Sluchajnyj poisk], Moscow, Znanie, 64 p.

Информация об авторах	Information about the authors
Гиссек Наталья Александровна Аспирант, Российский государственный университет им. А.Н. Косыгина, Российская Федерация. E-mail: ngissek@gmail.com	**Natalia A. Gissek** Postgraduate Student, The Kosygin State University of Russia, Russian Federation. E-mail: ngissek@gmail.com
Самойлова Татьяна Алексеевна Кандидат технических наук, доцент, Российский государственный университет им. А.Н. Косыгина, Российская Федерация. E-mail: tasamo89@yandex.ru	**Tatyana A. Samoilova** Candidate of Sciences (in Engineering), Associate Professor, The Kosygin State University of Russia, Russian Federation. E-mail: tasamo89@yandex.ru
Севостьянов Петр Алексеевич Доктор технических наук, профессор, Российский государственный университет им. А.Н. Косыгина, Российская Федерация. E-mail: petrsev46@yandex.ru	**Petr A. Sevostyanov** Doctor of Science (in Engineering), Professor, The Kosygin State University of Russia, Russian Federation. E-mail: petrsev46@yandex.ru