

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ГРАДИЕНТА НЕРОВНОТЫ СМЕШИВАНИЯ ИДЕАЛЬНЫХ ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ ПРОДУКТОВ

А.М. Науменко, Д.Б. Рыклин

УДК 677.021.166:004.94

### РЕФЕРАТ

*ГРАДИЕНТ НЕРОВНОТЫ СМЕШИВАНИЯ, ЛЬНОХЛОПКОВАЯ СМЕСЬ, ЛИНЕЙНАЯ ПЛОТНОСТЬ ВОЛОКОН, ДЛИНА ВОЛОКОН*

Объектом исследования являются многокомпонентная пряжа и полуфабрикаты прядильного производства.

Целью работы является создание способа оценки эффективности процесса смешивания волокон компонентов.

Разработан алгоритм моделирования непрерывного идеального многокомпонентного продукта, позволяющий оценить влияние линейной плотности продуктов, доли вложения разнородных компонентов, средней линейной плотности, длины и неровноты по данным показателям волокон различных компонентов, закона распределения волокон в поперечном сечении на градиент неровноты смешивания и неровноту по линейной плотности многокомпонентных продуктов.

Разработана формула расчета градиента неровноты смешивания многокомпонентных идеальных продуктов различного состава, учитывающая среднюю длину и линейную плотность волокон компонентов, неровноту по линейной плотности волокон.

Разработана формула расчета неровноты смешивания в сечении идеального двухкомпонентного продукта, учитывающая линейную плотность продукта и волокон, доли вложения компонентов в смесь, неровноту по линейной плотности волокон.

Проведена оценка адекватности полученных формул с использованием разработанного алгоритма, в результате которой установлено, что отклонение результатов моделирования от данных математических расчетов не превышает 5 %.

### ABSTRACT

*BLENDING IRREGULARITY, FLAX-COTTON ASSEMBLIES, LENGTH FIBER, LINEAR DENSITY FIBER*

Limited studies exist related to the short-staple spinning of flax (*Linum usitatissimum* L.) and cotton (*Gossypium hirsutum*) blends. The objective of this work was to develop methods for calculating blending irregularity of multicomponent products on the basis of linear density and length of fibers, content of components. The mathematical model for calculating the continuous multicomponent ideal product was developed. The relation of the variance-length curve of the mean linear density and length of the fiber, the evenness in length and linear density of the fiber was investigated. The formula for calculating the unevenness mixing was developed. As expected, it appears that the relative error between the results of simulation and mathematical calculations does not exceed 5 %.

В настоящее время в условиях отечественных текстильных предприятий разработан ряд технологических процессов переработки короткого льняного волокна в смеси с другими текстиль-

ными волокнами по кардной системе прядения хлопка. Новые технологии позволяют значительно расширить ассортимент текстильных материалов, улучшить их внешний вид и потребитель-

Таблица 1 – Показатели, предложенные в качестве критерия оценки качества смешивания

Название критерия	Формула расчета	Примечание
Коэффициент неоднородности $V_C$	$V_C = \frac{100}{\bar{\beta}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\beta_i - \bar{\beta})^2}$	$\beta_i$ – доля ключевого компонента в $i$ - пробе; $\bar{\beta}$ – средняя доля ключевого компонента; $n$ – количество проб; $S$ – измеренное среднее квадратическое отклонение доли ключевого компонента
Интенсивность сегрегации $J_C$	$J_C = \frac{S^2}{\prod_{i=1}^n \bar{\beta}_i}$	
Критерий однородности $A$	$A = \sqrt{\frac{\log(S_0 / S)}{\log(S_0 / S_H)}}$	$S$ – измеренное среднее квадратическое отклонение доли ключевого компонента; $S_\sigma S_H$ – среднее квадратическое отклонение доли ключевого компонента для совершенно несмешанной смеси и при идеальном смешивании
Степень смешения $M$	$M = 1 - \frac{S^2 - S_H^2}{S_0^2 - S_H^2}$	
Мера неупорядоченности $\eta$	$\eta = \frac{2\pi\mu \sum_{i=1}^K r_i^2}{\sum_{i=1}^K \frac{(v_i - p_i)^2}{p_i}}$	$\mu$ – среднее число произвольных точек в единице рассматриваемой площади среза пробы; $r_i$ – кратчайшее расстояние между частицами компонентов; $K$ – число клеток, на которое разбивается рассматриваемая площадь; $v_i$ – наблюдаемая частота появления $i$ -ого компонента; $p_i$ – заданная частота появления $i$ -ого компонента

ские свойства.

Так как получение пряжи оптимальной структуры с высокой прочностью и низкой обрывностью в прядении и ткачестве возможно только при равномерном распределении волокон различных компонентов в ней, точность дозирования компонентов и однородность их распределения в смеси определяют качество льносодержащей пряжи. Поэтому повышение эффективности смешивания неоднородных волокон является одним из направлений совершенствования технологии производства льносодержащей пряжи.

Для оценки качества перемешивания компонентов смеси различными авторами предложены критерии [1], представленные в таблице 1.

Вышеперечисленные показатели имеют ряд недостатков:

- для расчета коэффициента неоднородности и интенсивности сегрегации используется только ключевой компонент, что не дает полной

информации о степени перемешивания компонентов смеси;

- при определении степени смешения, критерия однородности применяются сложно – рассчитываемые теоретические величины ( $S_\sigma$ ,  $S_H$ ), что затрудняет процесс оценки;

- при определении меры неупорядоченности выполняется большой объем математических операций, поэтому для расчета данного показателя необходимо использовать ЭВМ.

Наиболее широко для оценки неоднородности по составу волокнистых материалов используется квадратическая неровнота смешивания, предложенная А.Г. Севостьяновым [2], которая позволяет учесть неровноту по всем компонентам, и определяемая по формуле

$$C_{CM}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_{Bi}^2, \quad (1)$$

где  $C_{Bi}$  – коэффициент вариации доли  $i$ -ого компонента вдоль продукта.

Градиентом неровноты смешивания  $C_{CM}(L)$  является зависимость показателя  $C_{CM}$  от длины отрезков  $L$ , на которых производится расчет.

В работе [3] проведено моделирование идеального продукта и установлено, что неровнота смешивания компонентов зависит от линейной плотности волокон компонентов и доли их вложения. Поэтому при сравнении степени однородности волокнистых продуктов различного состава необходимо учитывать процентное вложение компонентов в смесь и их геометрические характеристики.

Целью данной статьи является разработка методов расчета неровноты смешивания идеальных продуктов на основании информации о геометрических характеристиках волокон и составе смеси, что позволит выработать рекомендации по повышению эффективности технологических процессов производства многокомпонентной пряжи.

Для решения данной задачи разработана математическая модель непрерывного идеального многокомпонентного продукта; проведено исследование градиента неровноты смешивания от средней линейной плотности и длины волокон компонентов; определено влияние на величину градиента неровноты смешивания неровноты по длине и линейной плотности компонентов; на основании полученных результатов разработана эмпирическая зависимость для расчета градиента неровноты смешивания.

Моделирование многокомпонентных волокнистых продуктов осуществляется по следующему алгоритму:

1. Задаются входные параметры: количество компонентов смеси; линейная плотность моделируемого продукта; характеристики закона распределения волокон компонентов по линейной плотности; характеристики закона распределения волокон компонентов по длине

2. Определяется среднее количество концов волокон  $i$ -ого компонента в сечении продукта по формуле  
где  $T$  – средняя линейная плотность продукта,

$$N_i = \frac{T \Delta L}{T_{Bi} L_{Bi}} 100 \beta_i, \quad (2)$$

текс;  $T_{Bi}$  – средняя линейная плотность волокон  $i$ -ого компонента, текст;  $L_{Bi}$  – средняя длина волокон  $i$ -ого компонента, текст;  $\beta_i$  – процентное вложение  $i$ -ого компонента, задаваемое по рецепту, %;  $\Delta L$  – дискретность определения состава продукта

При данном способе моделирования продукт достигает заданной линейной плотности при длине  $L < 2L_{max}$ , где  $L_{max}$  – максимальная средняя длина волокон смеси. Отрезки длиной  $2L_{max}$  в начале и конце моделируемого продукта не учитываются в расчетах.

3. Для каждого волокна определяется линейная плотность ( $T_{Bijk}$ ) и длина ( $L_{ijk}$ ) в соответствии с принятыми законами распределения данных характеристик, где  $j$  – номер волокна в сечении  $i$ -ого компонента,  $k$  – номер сечения.

4. Определяется количество волокон  $i$ -ого компонента, пересекающее  $k$ -ое сечение, по условию:

$$T_{Bijm}^m = \begin{cases} T_{Bijk}, & \text{если } L_{ijk} > m \cdot \Delta L \\ 0, & \text{если } L_{ijk} < m \cdot \Delta L \end{cases}, \quad (3)$$

где  $k$  – номер сечения, в котором расположен конец анализируемого волокна,  $m$  – номер сечения продукта, причем  $m \cdot \Delta L < 2L_{max}$ .

Данные о количестве волокон, пересекающих  $m$ -сечение записываются в отдельный массив  $T^m B_{ijm}$ .

5. Рассчитывается фактическое процентное вложение  $i$ -ого компонента  $\beta_i$  в сечении продукта по формуле

$$\beta_{im} = \frac{\sum_{j=1}^n T_{Bijm}^m}{\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^n T_{Bijm}^m} \cdot 100, \quad (4)$$

6. Определяется фактическая линейная плотность продукта  $T$  по формуле

$$T_m = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^n T_{Bijm}^m, \quad (5)$$

7. Для определения градиента неровноты смешивания  $C_{CM}(L)$  моделируемый продукт разбивается на отрезки длиной  $L$ . Находятся средние значения долей компонентов  $\beta_{Li}$  и линейной

плотности продукта  $T_{Li}$  для каждого отрезка:

$$\beta_{Li} = \frac{\sum_{j=1}^k \beta_{im}}{R}, \quad T_{Li} = \frac{\sum_{j=1}^k T_j}{R}, \quad (6)$$

где  $R$  – количество сечений в отрезке градиента.

По результатам моделирования рассчитываются основные статистические характеристики неровноты многокомпонентных волокнистых продуктов: среднее квадратическое отклонение линейной плотности  $\sigma_{CV}$  и долей компонентов  $\sigma_{\beta P}$ , неровнота по линейной плотности  $CV_T$ , по доли компонента  $C_{\beta i}$  и неровнота смешивания  $C_{CM}$ .

Данный способ моделирования позволяет оценить влияние линейной плотности продуктов, доли вложения разнородных компонентов, средней линейной плотности, длины и неровноты по данным показателям волокон различных компонентов, закона распределения волокон в поперечном сечении на градиент неровноты смешивания и неровноту по линейной плотности многокомпонентных продуктов.

Объектом исследования в данной работе является льнохлопковая лента линейной плотности 4500 текс с вложением 50 % льняного и 50 % хлопкового волокна. Градиент неровноты смешивания рассчитывался на отрезках от 1 до 100 сантиметров с шагом 2 сантиметра. Использовалась модель идеальной волокнистой ленты, для которой количество волокон каждого компонента в поперечном сечении является случайной величиной, распределенной по закону Пуассона. Для обеспечения относительной погрешности расчета неровноты смешивания не более 0,5 % проводилось моделирование 200 метров ленты с дискретностью 1 мм.

Исходные данные для моделирования были установлены на основании анализа результатов экспериментальных исследований, проведенных в производственных условиях РУПТП «Оршанский льнокомбинат» при освоении технологического оборудования производства льносодержащей пряжи пневмомеханическим способом прядения с использованием оборудования фирмы Rieter (Швейцария) [4]. Установлено, что в зависимости от интенсивности переработки линейная плотность льняного волокна  $T_{B1}$  находится в диапазоне от 0,6 до 1 текс. Для

производства льнохлопковой пряжи используется хлопковое волокно линейной плотности  $T_{B2}$  от 0,15 до 0,19 текс.

Законы распределения льняного и хлопкового волокон по линейной плотности были установлены на основании исследований, приведенных в работах [5, 6]. Установлено, что линейная плотность волокон хлопка описывается с высокой достоверностью нормальным законом распределения с коэффициентом вариации 35 %; линейная плотность волокон льна - логнормальным законом с коэффициентом вариации 110 %.

Распределение льняного и хлопкового волокон по длине было исследовано с использованием прибора USTER FIBROGRAPH 730. Установлено, что длина волокон хлопка с высокой точностью описывается нормальным законом распределения с коэффициентом вариации 33 % и средним значением 27 мм; длина волокон льна описывается логнормальным законом с коэффициентом вариации 60 %, средняя длина варьируется от 20 до 35 мм в зависимости от характеристик используемого короткого волокна и интенсивности процесса котонизации.

Для оценки влияния средней линейной плотности волокон разнородных компонентов на градиент неровноты смешивания проведено моделирование волокнистых лент с параметрами распределения волокон, представленных в таблице 2. Длина хлопкового волокна принималась равной 27 мм, длина льняного волокна – 34 мм.

В результате моделирования получены графики градиента неровноты смешивания компонентов от средней линейной плотности льняного волокна и хлопкового волокна, показанные на рисунках 1 а и 1 б.

Анализ полученных данных показал, что градиент неровноты смешивания существенно зависит от линейных плотностей волокон смешиваемых компонентов. Использование хлопкового волокна с более низкой линейной плотностью не приводит к значительному уменьшению неровноты смешивания, но сопровождается существенным удорожанием льносодержащей пряжи. Снижение неровноты смешивания должно происходить за счет снижения линейной плотности льняного волокна, так как при этом происходит снижение разницы в линейных плотностях компонентов.

Таблица 2 – Законы распределения линейной плотности льняного и хлопкового волокон

Хлопковое волокно				Льняное волокно			
Закон распределения		Нормальный		Закон распределения		Логнормальный	
Характеристики волокна		Параметры распределения		Характеристики волокна		Параметры распределения	
T, текс	CV, %	M	$\sigma$	T, текс	CV, %	$\mu$	$\delta'$
0,15	33	0,150	0,050	0,60	110	-0,901	0,894
0,17	33	0,170	0,056	0,80	110	-0,627	0,891
0,19	33	0,190	0,063	1,00	110	-0,390	0,880

Примечание: T – линейная плотность; CV – неровнота по линейной плотности; M – математическое ожидание;  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение;  $\mu$  – параметр масштаба;  $\delta'$  – параметр формы.

Так как неровнота по линейной плотности у различных сортов хлопкового волокна изменяется незначительно, то на величину неровноты смешивания в большей степени оказывает влияние неоднородность льняного волокна. Чтобы оценить характер данной зависимости, проведено моделирование градиента неровноты смешивания при различном коэффициенте вариации льняного волокна по линейной плотности 80,

110, 140 %. Параметры логнормального распределения указаны в таблице 3. Длина хлопкового волокна принималась равной 27 мм, длина льняного волокна – 34 мм, средняя линейная плотность хлопкового волокна была равна 0,19 текс, коэффициент вариации по линейной плотности 40 %. Результаты моделирования представлены на рисунке 2.

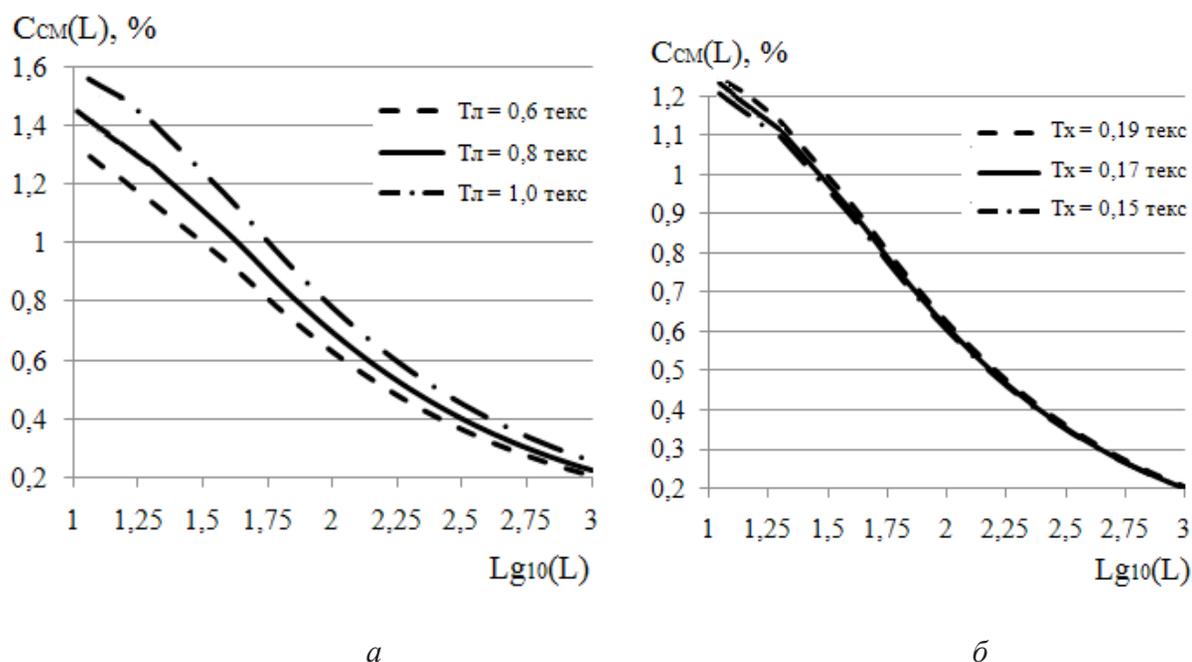


Рисунок 1 – Градиенты неровноты смешивания, полученные для льнохлопковой ленты, при различных значениях средней линейной плотности льняного волокна (а) и хлопкового волокна (б)

Таблица 3 – Параметры распределения линейной плотности льняного волокна

Характеристики волокна		Параметры распределения	
T, текс	CV, %	$\mu$	$\delta'$
0,60	80	-0,790	0,695
0,60	110	-0,901	0,894
0,60	140	-1,062	1,053

Полученные зависимости свидетельствуют о том, что повышение неровноты льняного волокна по линейной плотности приводит к увеличению градиента неровноты смешивания. Причем степень влияния данного параметра сопоставима с влиянием линейной плотности льняного волокна.

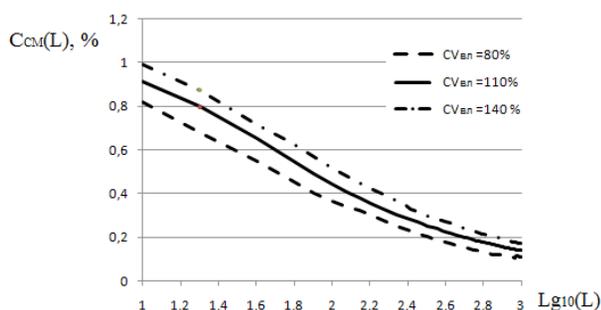


Рисунок 2 – Градиент неровноты смешивания, полученный для льнохлопковой ленты, при различных значениях коэффициента вариации льняного волокна

Для определения влияния длины волокон на градиент неровноты смешивания компонентов проведено моделирование волокнистых продуктов при постоянной длине волокон хлопка, равной 27 мм, постоянной линейной плотности 0,19 текс; длине волокон льна 20, 27, 34 мм, линейной плотности 0,6 текс. Результаты моделирования показаны на рисунке 3.

Установлено, что увеличение длины волокна приводит к повышению градиента неровноты смешивания на длинных отрезках (при  $L > L_B$ ). Это связано с уменьшением количества концов волокон в сечении продукта и снижению его однородности по составу. На коротких отрезках (при  $L < L_B$ ) графики стремятся в точку, соответству-

ющую неровноте смешивания идеального продукта в поперечном сечении ( $L = 0$ ).

Для определения градиента неровноты смешивания компонентов от неровноты по длине волокон проведено моделирование при длине волокон 27 мм и неровноте 0 – 40 %, линейной плотности хлопка 0,19 текс и льна 0,6 текс.

В результате анализа полученных данных установлено, что неровнота по длине волокон не оказывает влияния на градиент неровноты смешивания (различия в величине данного показателя для смоделированных образцов не превышают 1,5 %).

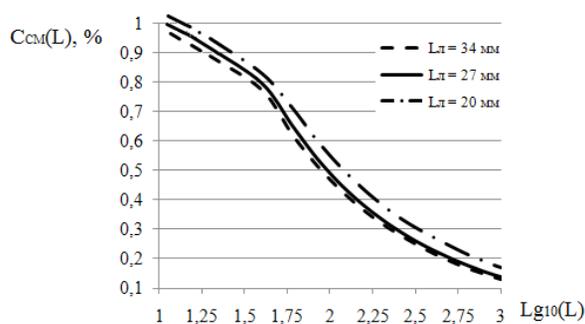


Рисунок 3 – Градиент неровноты смешивания, полученный для льнохлопковой ленты, при различной средней длине волокон компонентов

На основании обработки результатов проведенных экспериментов разработана формула расчета гипотетического градиента неровноты смешивания с использованием формулы Брени для расчета градиента неровноты по линейной плотности [7]:

$$C_{см}(L) = C_{см}(0) \sqrt{1 - \frac{L}{3 \cdot \bar{l}_{CP}}}, \text{ при } L > \bar{l}_{CP}$$

$$C_{см}(L) = C_{см}(0) \sqrt{\frac{\bar{l}_{CP}}{L} - \frac{\bar{l}_{CP}^2}{3 \cdot L^2}}, \text{ при } 0 < L < \bar{l}_{CP}$$

(7)

где  $C_{см}(0)$  – неровнота смешивания в сечении продукта;  $\bar{l}_{CP}$  – средняя длина компонентов смеси;  $L$  – длина отрезков неровноты смешивания.

Совместно с Карпеней А.М. и Вербицкой Ю.П. разработана формула расчета неровноты смешивания в сечении идеального двухкомпонентного продукта:

$$C_{CM}(0) = \frac{100}{\sqrt{2 \cdot T_{II}}} \sqrt{\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2} - 2\sqrt{T_1 K_1^2 (1 - \beta_1) + T_2 K_2^2 (1 - \beta_2)}}, \quad (8)$$

где  $K_i^2 = 1 + \frac{C_{Ti}^2}{100^2}$  – показатель неровноты по линейной плотности  $i$ -ого компонента;  $T_{II}$  – линейная плотность продукта;  $\beta_i$  – доля вложения  $i$ -ого компонента;  $T_i$  – линейная плотность волокон  $i$ -ого компонента;  $C_{Ti}$  – коэффициент вариации по линейной плотности волокон  $i$ -ого компонента.

Для оценки погрешности разработанной формулы (7) проведено моделирование градиента неровноты смешивания двухкомпонентных продуктов при доле вложения компонентов 10 – 90 %, линейной плотности волокон 0,12 – 1 текс, неровноте по линейной плотности волокон 0 – 110 %, средней длине волокон 20 – 34 мм.

Графики градиента неровноты смешивания лент различного состава ( $T_{B1} = 0,8$  текс,  $T_{B2} = 0,19$  текс), полученные по формуле (7) и при моделировании неоднородных продуктов, представлены на рисунке 4.

В результате проведенных исследований установлено, что отклонение результатов моделирования от данных математических расчетов не превышает 5 %, что подтверждает эффективность использования данной формулы.

## ВЫВОДЫ

1. Разработана математическая модель многокомпонентного волокнистого продукта, позволяющая оценить влияние линейной плотности продуктов, доли вложения разнородных компонентов, средней линейной плотности, длины и неровноты по данным показателям волокон различных компонентов, закона распределения волокон в поперечном сечении на градиент неровноты смешивания и неровноту по линейной плотности многокомпонентных продуктов.

2. Установлено, что увеличение средней линейной плотности, неровноты по линейной плотности, средней длины волокон компонентов приводит к росту градиента неровноты смешивания, неровнота по длине волокон не оказывает существенного влияния на градиент неровноты смешивания.

3. Разработана формула расчета градиента неровноты смешивания идеального многокомпонентного продукта, учитывающая среднюю длину и линейную плотность волокон компонентов, неровноту по линейной плотности волокон, доли вложения компонентов в смесь.

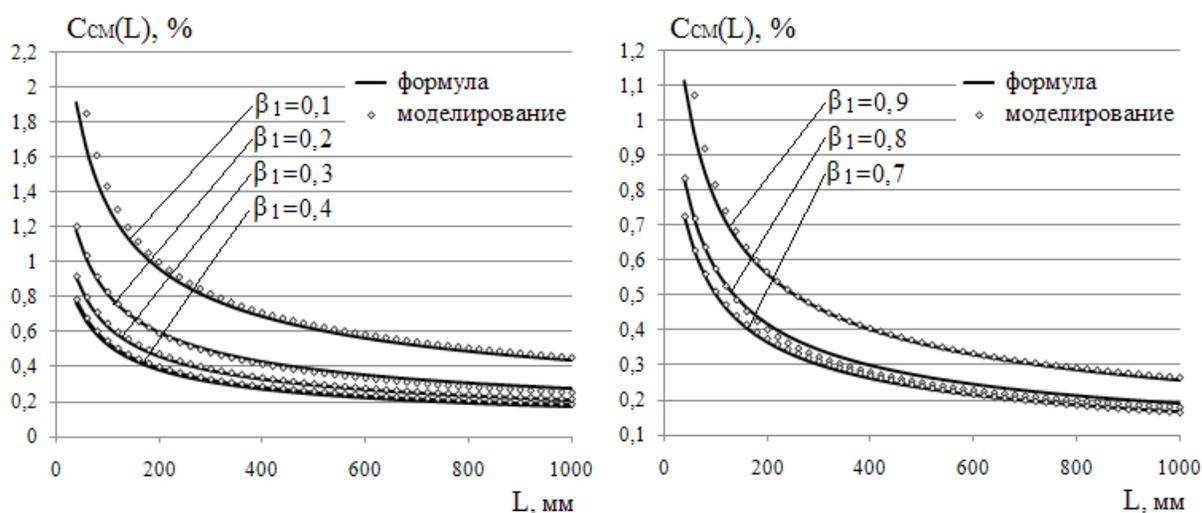


Рисунок 4 – Градиент неровноты смешивания продуктов различного состава

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Марков, Ю. И. Аппараты для смешивания сыпучих материалов / Ю. И. Марков. - Москва. - Машиностроение. 1973. - 216 с.
2. Севостьянов, А. Г. Методы и средства исследования механико-технологических процессов текстильной промышленности: учебник для вузов / А. Г. Севостьянов. - Москва : Легкая индустрия. 1980. - 392 с.
3. Науменко, А. М. Моделирование процесса сложения неоднородных многокомпонентных продуктов / А. М. Науменко, Д. Б. Рыклин // Вестник Витебского государственного технологического университета. Вып. 21. - Витебск, 2011. - С. 68 - 73.
4. Васильев, Р. А. Изучение свойств льняного волокна в технологическом процессе производства чистольняной пряжи пневмомеханическим способом прядения / Р. А. Васильев, Д. Б. Рыклин // Вестник Витебского государственного технологического университета. Вып. 20 - Витебск, 2011. - С. 16 - 23.
5. Harwood, R. Cottonisation or Flax / R. Harwood, V. Nusenbaum, J. Harwood // International conference on flax and bast plants - London, 2008. pp. 118 - 128.
6. Bradow, J.B. Small-sample cotton fiber quality quantitation / J.B. Brado, L.H. Wartelle, P.J., Bauer, G.F. Sassenrath - Cole // Journal of cotton science - New York, 1997/ pp. 48 -60.
7. Рыклин, Д. Б. Моделирование технологических процессов переработки неоднородных волокнистых смесей : монография / Д. Б. Рыклин. - Витебск : УО «ВГТУ», 2006. 170 с.

## REFERENCES

1. Markov, Y.I. (1973) Equipment for mixing bulk materials [Apparaty dlja smeshivaniya sypuchih materialov]. Mashinostroenie - Mechanical Engineering, 216 p.
2. Sevostianov, A.G. (1980) Methods and tools for the study of mechanics and processes of textile industry : a textbook for high schools [Metody i sredstva issledovaniya mehaniko- tehnologicheskikh processov tekstil'noj promyshlennosti]. Legkayaindustriya - Light industry, 392 p.
3. Navumenka, A.M., Ryklin, D.B. (2011) Modeling of doubling process of blended fibrous products [Modelirovanie processa slozheniya neodnorodnyh mnogokomponentnyh produktov], Vestnik vitebskogo gosudarstvennogo tehnologicheskogo universiteta - Vestnik of the Vitebsk State Technological University, (21), pp. 68 - 73.
4. Vasilev, R.A., Ryklin, D.B. (2011) Research of the properties of flax fibers in the process of production rotor flax yarn [Izuchenie svojstv l'njanogo volokna v tehnologicheskom processe proizvodstva chistol'njanoy prjazhi pnevmomehanicheskim sposobom prjadenija], Vestnik vitebskogo gosudarstvennogo tehnologicheskogo universiteta - Vestnik of the Vitebsk State Technological University, (20), pp. 16-23.
5. Harwood, R., Nusenbaum, V., Harwood, J. (2008) Cottonisation or Flax - International conference on flax and bast plants, London, pp. 118 - 128.
6. Bradow, J.Â., Wartelle, L.H., Bauer, P.J., Sassenrath -Cole, J.B. (1997) Small-sample cotton fiber quality quantitation - Journal of cotton science, pp. 48 -60.
7. Ryklin, D.B. (2006) Modeling process of processing heterogeneous fiber mixtures [Modelirovanie tehnologicheskikh processov pererabotki neodnorodnyh voloknistyh smesej]. Vestnikvitebskiy gosudarstvenniy tehnologicheskij universitet Vitebsk State Technological University, 170 p.

*Статья поступила в редакцию 07.10.2013 г.*