

МЕТОДИКА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ШНЕКОВЫХ МАШИН ДЛЯ ЭКСТРУЗИИ ПЛАСТИЧНЫХ СРЕД

DESIGN TECHNIQUE OF SCREW-TYPE MACHINES FOR EXTRUSION OF PLASTIC MEDIA

В.В. Пятов*, А.Н. Голубев, П.С. Ширяев

Витебский государственный технологический университет

УДК 621.762

V. Pyatov*, A. Holubeu, P. Shyrayeu

Vitebsk State Technological University

РЕФЕРАТ

ЭКСТРУЗИЯ, ШНЕКОВЫЕ МАШИНЫ, ПЛАСТИЧНЫЕ СЖИМАЕМЫЕ СРЕДЫ, ФОРМУЮЩИЙ ИНСТРУМЕНТ, СИЛОВОЙ ШНЕК, МЕТОДИКА ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Предметом исследования является методика расчета геометрических параметров и последовательность проектирования формирующего инструмента и силового шнека экструдера для переработки пластичных сжимаемых сред.

Разработанная методика построена на основе теоретической модели, связывающей реологические свойства и триботехнические характеристики перерабатываемого материала с геометрией канала шнека и формирующего инструмента экструдера. Даны примеры выполнения расчетов при проектировании экструдера, приведено краткое описание разработанного прикладного приложения для автоматизации проектирования.

Разработанная методика позволяет проектировать шнековые машины для экструзии пластичных сред с оптимальными геометрическими параметрами формирующего инструмента и силового шнека, а ее реализация в виде прикладной САПР позволяет сократить время на подготовку трехмерных моделей и выпуск конструкторской документации. Результаты работы могут быть использованы при проектировании специализированного оборудования для шнековой экструзии изделий из композиционных материалов.

ABSTRACT

EXTRUSION, SCREW-TYPE MACHINES, PLASTICIZED COMPRESSIBLE MATERIALS, FORMING TOOL, EXTRUDER SCREW, DESIGN DEVELOPMENT TECHNIQUE

The subject of the study is calculating technique and design technique for geometric parameters of forming tool and screw of the extruder for plasticized compressible materials processing.

The developed technique is based on a theoretical model linking the rheological and tribotechnical properties of material with geometric parameters of screw channel and forming tool of extruder. Examples of performing this kind of calculations and brief description of developed software application are given.

The developed technique and software allows designing screw-type extruders for plasticized materials with optimal geometric parameters of forming tool and power screw, and allows reducing the time for 3D-modelling and drafting. The results of the work can be used in the design of specialized equipment for screw extrusion of composite materials.

* E-mail: pyatov@tut.by (V. Pyatov)

Шнековые машины для переработки материалов методом экструзии применяются очень широко в различных отраслях: в химической, легкой промышленности [1], при переработке полимеров, в пищевой промышленности, в порошковой металлургии, и имеют общие конструктивные признаки. Однако оборудование, рассчитанное на формование материалов определенного состава, как правило, оказывается малоэффективным при переработке на нем других материалов. Это, в свою очередь, приводит к тому, что для переработки каждого вида материала требуется подбирать, часто экспериментальным путем, оптимальные геометрические характеристики формирующих головок, силовых шнеков, а также определять оптимальные режимы переработки [2].

Исторически сложилось так, что теория шнековой экструзии развивалась по отдельности в разных отраслях народного хозяйства, в зависимости от свойств перерабатываемых материалов. В связи с широким применением шнековых экструдеров для производства полимерных изделий хорошо развита теория экструзии вязких жидкостей [3], позволяющая рассчитывать и проектировать формирующие головки и шнеки для переработки термопластов. Однако невозможно прямое заимствование этой теории для процессов переработки других материалов, например, пластифицированных порошковых композиций, поскольку по реологическим и технологическим свойствам такие материалы сильно отличаются от расплавов полимеров. Существуют специализированные программные пакеты для компьютерного моделирования процесса экструзии (например, наиболее известны Qform Extrusion, Compuplast Virtual Extrusion Laboratory, Click2Extrude), выполняющие расчеты с применением метода конечных элементов (МКЭ). Область применения таких программных средств также, как правило, ограничивается экструзией изделий из полимеров и цветных металлов.

Современное промышленное производство требует как легко перенастраиваемого многофункционального оборудования для экструзии, так и универсальных методик его расчета и проектирования. В работе [4] приведены теоре-

тические основы экструзии сжимаемых пластичных сред. Разработанная теоретическая модель учитывает реологические свойства и триботехнические характеристики перерабатываемого материала, определяемые с помощью специальных экспериментальных методик, и связывает их с оптимальной геометрией канала шнека и формирующей головки экструдера.

Для практического применения теории необходимо разработать научно обоснованную технологию проектирования шнекового оборудования и реализовать ее в виде автоматизированной системы проектирования. В данной работе рассмотрена методика расчета конструктивных параметров и последовательность проектирования формирующего инструмента и силового шнека экструдера для переработки пластичных сжимаемых сред.

На первом этапе проектирования должны быть определены геометрические параметры формирующего инструмента (матрицы). Зона деформации материала формирующим инструментом схематично показана на рисунке 1.

Формуемый материал (рисунок 1) выдавливается (слева направо по схеме) через зазор, образованный внутренней поверхностью матрицы 1 и наружной поверхностью дорна 2. Матрица имеет коническую (входную) часть длиной z_1 и цилиндрическую (калибрующую) часть длиной $z_2 - z_1$. Радиусы входного и выходного сечений матрицы r_2 и r_1 , угол наклона образующей конуса α , радиус дорна r_0 . Предполагается, что дорн перемещается в процессе экструзии вместе с материалом.

На материал действует усилие выдавливания, вызывающее напряжения σ_z , которые однородно распределены в поперечных сечениях. На внутренней поверхности матрицы действуют нормальные напряжения σ и касательные напряжения τ . На поверхности дорна действуют нормальные напряжения σ_r , касательные напряжения отсутствуют. Направления главных нормальных напряжений совпадают с координатными направлениями.

В цилиндрической части матрицы материал находится в состоянии упругой разгрузки с элементами пластического течения, при этом справедливо соотношение

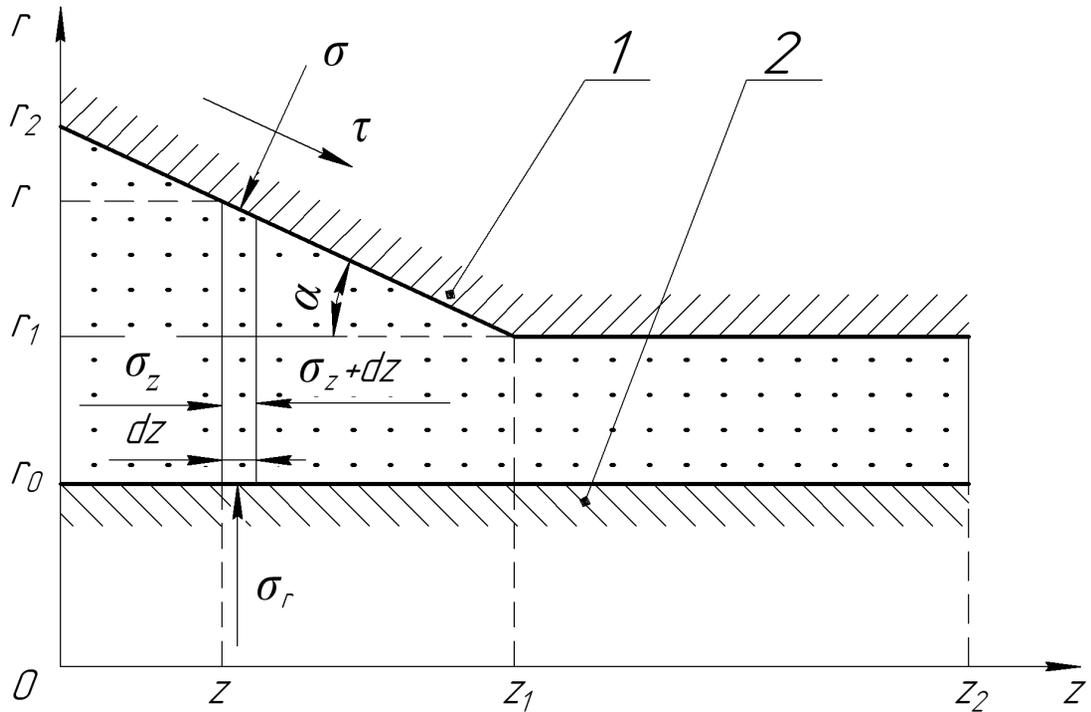


Рисунок 1 – Схема деформации материала в формующей головке экструдера

$$\sigma_r > \sigma_z . \quad (1)$$

Условие пластичности для всей зоны формирования имеет вид

$$\sigma_r - \sigma_z = \sigma_s , \quad (2)$$

где σ_s – предел текучести материала при сжатии.

Уравнение равновесия сил, действующих на кольцевой элемент толщиной dz

$$\sigma_z (r^2 - r_0^2) - (\sigma_z + d\sigma_z) [(r - tg\alpha dz)^2 - r_0^2] + (\tau - \sigma tg\alpha)(2r - tg\alpha dz) dz = 0 , \quad (3)$$

или, после удаления бесконечно малых величин высших порядков

$$(r_0^2 - r^2) \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + 2r\sigma_z tg\alpha - 2r(\sigma tg\alpha + \tau) = 0 . \quad (4)$$

Связь касательных и нормальных напряжений зададим линейным законом трения, поскольку в матрице находится уже спрессованный до компактного состояния материал:

$$\tau = f\sigma . \quad (5)$$

Подставляя закон трения (5) и условие пластичности (2) в (4) и учитывая, что $\sigma_r = (\cos\alpha - \tau \sin\alpha) / \cos\alpha = \sigma(1 - ftg\alpha)$, получим

$$\frac{r_0^2 - r^2}{2r} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + (tg\alpha - k)\sigma_z - k\sigma_s = 0 , \quad (6)$$

где

$$k = \frac{f + tg\alpha}{1 - ftg\alpha} . \quad (7)$$

После разделения переменных и подстановки $r = r_0 - ztg\alpha$ получается уравнение

$$\frac{d\sigma_z}{(k - tg\alpha)\sigma_z + k\sigma_s} = \frac{2(r^2 - ztg\alpha)}{r_0^2 - (r^2 - ztg\alpha)^2} dz, \quad (8)$$

интегрирование которого дает

$$-\ln|(k - tg\alpha)\sigma_z + k\sigma_s| = (1 - kctg\alpha) \ln|r_2 - ztg\alpha|^2 - r_0^2| + A. \quad (9)$$

Постоянная интегрирования A определяется из граничного условия

$$\sigma_z(z_1) = \sigma_1, \quad (10)$$

где σ_1 – осевое напряжение в выходном сечении конической части матрицы.

После упрощений получим следующую зависимость для распределения напряжений в конической части матрицы:

$$\sigma_z = (\sigma_1 + m\sigma_s) \left(\frac{F}{F_1} \right)^n - m\sigma_s, \quad (11)$$

где F и F_1 – площади текущего и выходного сечений конуса, а m и n – коэффициенты, равные

$$m = \frac{1}{f} \frac{f + tg\alpha}{1 + tg^2\alpha}, \quad (12)$$

$$n = kctg\alpha - 1. \quad (13)$$

Распределение напряжений на цилиндрическом (калибрующем) участке матрицы можно определить из (6) при $\alpha = 0$ и $r = r_1$:

$$\frac{r_1^2 - r_0^2}{2r_1} \frac{d\sigma_z}{dz} + f\sigma = 0. \quad (14)$$

Подстановка в (14) $\sigma_r = \sigma$ и условия пластичности (2) приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению с разделяющимися переменными, решение которого при граничном

условии $\sigma_z(z_2) = 0$ дает следующую зависимость для распределения напряжений на цилиндрическом участке матрицы:

$$\sigma_z = \sigma_s \left(e^{p(z_2 - z)} - 1 \right), \quad (15)$$

где

$$p = \frac{2fr_1}{r_1^2 - r_0^2}. \quad (16)$$

При подстановке $z = z_1$ получим напряжение на выходе из конической части матрицы:

$$\sigma_1 = \sigma_s \left(e^{p(z_2 - z_1)} - 1 \right). \quad (17)$$

При конструировании матрицы необходимо задать ее геометрию таким образом, чтобы напряжение на входе в коническую часть матрицы оказалось равным значению критического давления p_0 , при котором материал становится несжимаемым (беспористым). Данная величина принимается по результатам экспериментальных исследований. Тогда из (11) при соответствующих подстановках можно найти радиус r_2 основания конуса экструзионной матрицы:

$$r_2 = \sqrt{\left(\frac{p_0 + m\sigma_s}{\sigma_1 + m\sigma_s} \right)^{1/n} (r_1^2 - r_0^2) + r_0^2}. \quad (18)$$

Рассмотрим пример расчета матрицы для экструдирования изделия в виде трубы с наружным диаметром 40 мм и внутренним диаметром 30 мм из пластифицированного бронзового порошка.

Выявим геометрические данные, определяемые экструзируемым изделием: радиус дорна $r_0 = 15$ мм, радиус калибрующей части матрицы $r_1 = 20$ мм.

Назначим длину калибрующего участка матрицы $z_2 - z_1 = 25$ мм, а угол конуса калибрующей части примем равным $\alpha = 30^\circ$.

Согласно изложенной выше методике, для

выбранного материала необходимо измерить три величины, определяемые его свойствами: критическое давление p_0 , при котором материал становится несжимаемым, а также соответствующие этому давлению предел текучести σ_s и коэффициент внешнего трения f . Методика и результаты измерений этих показателей приведены в [4, 5] и в данной работе не рассматриваются. Для бронзового порошка, пластифицированного парафином, принимаем $p_0 = 60$ МПа, $\sigma_s = 12$ МПа, $f = 0,13$.

По формулам (16), (7), (12), (13) определяем значения коэффициентов: $p = 0,03$ мм⁻¹, $k = 0,76$, $m = 4,08$, $n = 0,33$. Теперь по зависимостям (17) и (18) соответственно найдем давление на выходе из калибрующего участка σ_1 и радиус на входе в конический участок матрицы r_2 :

$$\sigma_1 = 13,22 \text{ МПа}, r_2 = 34,78 \text{ мм}. \quad (19)$$

Результаты расчетов показали, что при проектировании экструдера для заданных условий можно принять входной диаметр конусной части матрицы равным 70 мм. Этому же значению будет равен наружный диаметр шнека.

На втором этапе проектирования необходи-

мо определить оптимальные геометрические характеристики силового шнека экструдера. Схема процесса уплотнения материала в канале шнека показана на рисунке 2.

Материал перемещается по каналу 2 от бункера к матрице 1. Движущая сила возникает из-за трения среды о подвижную поверхность шнека и давления $p(z_0) = p_0$ на входе в канал. Ось z направлена против движения материала от выхода канала к его входу (от матрицы к бункеру). Начало отсчета совпадает с границей раздела между каналом и матрицей, давление в этой точке, равное $p(0) = p_0$, определяется только свойствами среды и геометрией матрицы.

Деформация находящегося в канале шнека материала сопровождается его уплотнением. Поэтому, в отличие от (5), связь между касательными и нормальными напряжениями будем определять нелинейным законом трения:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= a_1 + b_1 p + c_1 p^2; \\ \tau_0 &= a_0 + b_0 p + c_0 p^2, \end{aligned} \quad (20)$$

где τ_1 и τ_0 – касательные напряжения на подвижной и неподвижной поверхностях; p – давление среды на стенки канала, являющееся функцией

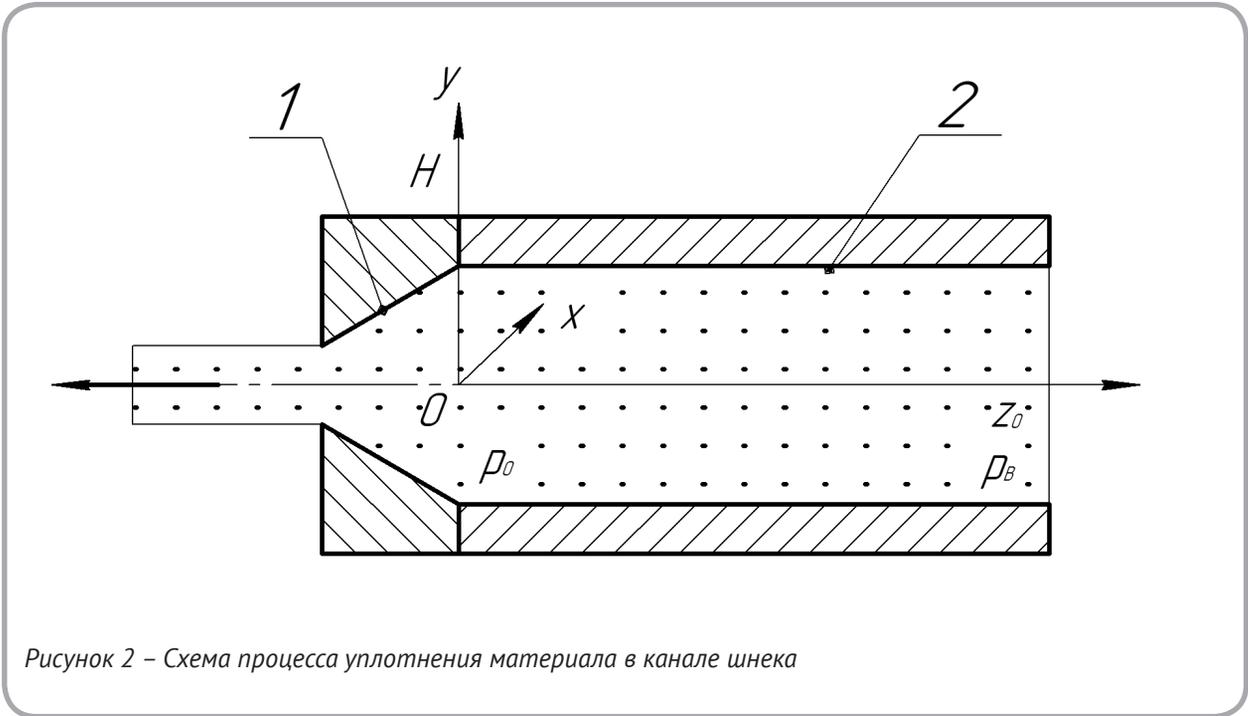


Рисунок 2 – Схема процесса уплотнения материала в канале шнека

координаты z ; a_1, b_1, c_1 и a_0, b_0, c_0 – инвариантные к напряжениям коэффициенты, характеризующие трение материала о подвижные и неподвижные поверхности канала.

Приращение силы трения dF_{mp} среды о стенки канала при увеличении координаты z на величину dz связано с приращением давления dp следующим образом:

$$dF_{mp} = -2Sdp = -2(\tau_1 l_1 - \tau_0 l_0) dz, \quad (21)$$

где $2S$ – площадь поперечного сечения канала; $2l_1$ и $2l_0$ – части профиля, принадлежащие подвижной и неподвижной поверхностям соответственно.

Задача нахождения распределения давления вдоль канала сводится к решению обыкновенного дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

$$dp = (a + bp + cp^2) dz, \quad (22)$$

где коэффициенты a, b и c определяются трением и геометрией канала:

$$a = \frac{1}{S}(a_0 l_0 - a_1 l_1); \quad b = \frac{1}{S}(b_0 l_0 - b_1 l_1);$$

$$c = \frac{1}{S}(c_0 l_0 - c_1 l_1). \quad (23)$$

В частном случае, для канала прямоугольной формы

$$a = \frac{a_0 l_0 - 3a_1 l_1}{4l_0^2}; \quad b = \frac{b_0 l_0 - 3b_1 l_1}{4l_0^2};$$

$$c = \frac{c_0 l_0 - 3c_1 l_1}{4l_0^2}. \quad (24)$$

Решение уравнения (22) имеет вид

$$z = d \ln \frac{p-e}{f-p} + A, \quad (25)$$

где

$$d = \frac{1}{2c} \sqrt{\frac{b^2}{4c^2} - \frac{a}{c}}; \quad e = -\sqrt{\frac{b^2}{4c^2} - \frac{a}{c}} - \frac{b}{2c};$$

$$f = \sqrt{\frac{b^2}{4c^2} - \frac{a}{c}} - \frac{b}{2c}. \quad (26)$$

Постоянная интегрирования A находится из граничного условия $p(0) = p_0$. Учитывая граничное условие $p(z_0) = p_e$, где p_e – давление на выходе из канала, создаваемое только силой тяжести, получим выражение для длины канала шнека, необходимой для создания в матрице требуемого давления p_0 :

$$z_0 = d \ln \frac{(p_0 - e)(f - \rho g H)}{(f - p_0)(\rho g H - e)}, \quad (27)$$

где ρ – насыпная плотность материала; g – ускорение свободного падения; H – глубина канала.

Зная длину и выбрав угол подъема канала шнека γ , можно определить длину нарезки шнека по формуле

$$L = z_0 \sin \gamma \quad (28)$$

и соответствующее ей число витков

$$n = \frac{z_0 \cos \gamma}{2\pi r_2}. \quad (29)$$

Рассчитаем параметры шнека с каналом прямоугольного сечения для получения рассмотренного выше изделия. Радиус шнека r_2 определен при расчете матрицы (19), принимаем $r_2 = 35$ мм; из предыдущего расчета известно также значение давления на выходе из канала шнека, оно равно давлению на входе в коническую часть матрицы: $p_0 = 60$ МПа.

Назначим следующие конструктивные параметры шнека: глубина канала $H = 5$ мм, угол подъема витка шнека $\gamma = 22,5^\circ$, значения l_0 (половина ширины канала) и l_1 (половина профиля канала) составят соответственно $2,5$ и $7,5$ мм.

Для выполнения расчета необходимо измерить триботехнические характеристики a_1, b_1, c_1 и a_0, b_0, c_0 из параболического закона трения (20), а также насыпную плотность материала ρ .

Методика измерения этих показателей в данной статье не рассматривается. По данным [4], для выбранного материала измеренные значения будут равны: $a_0 = 0,07$ МПа, $b_0 = 0,06$, $c_0 = -0,005$ МПа⁻¹; $a_1 = 0,02$ МПа, $b_1 = 0,2$, $c_1 = -0,006$ МПа⁻¹.

По формулам (24), (26) находим коэффициенты: $a = 0,001$, $b = 0,006$, $c = 0,0013$, $d = 821$, $e = -4,44$, $f = -0,173$.

Теперь по (27) можно определить длину канала шнека: $z_0 = 2607$ мм. В соответствии с (28) и (29), этому значению будет соответствовать длина нарезанной части шнека $L = 997$ мм ≈ 1 м при $n = 11$ витках.

В современной практике конструирования для выполнения расчётов и разработки конструкторской документации широко применяются трехмерные CAD-системы. Имеющийся базовый функционал таких систем позволяет автоматизировать множество операций, непосредственно связанных с геометрическим моделированием и получением на основе построенных

моделей ассоциативных чертежей. С целью автоматизации расчетов и построений по приведенным выше методикам разработано прикладное приложение [6], интегрированное в систему автоматизированного проектирования Компас-3D. Разработанное приложение содержит базу данных измеренных триботехнических и реологических констант для ряда материалов, выполняет расчеты геометрии формирующего инструмента и шнека, а также позволяет автоматизировать ряд операций, связанных с разработкой трехмерных моделей и подготовкой конструкторской документации при проектировании экструдера.

Таким образом, разработанные методики расчета позволяют проектировать шнековые машины для экструзии пластичных сред с оптимальными геометрическими параметрами экструзионных матриц и силовых шнеков, а реализация этих методик в виде прикладной САПР позволяет сократить время на подготовку трехмерных моделей и выпуск конструкторской документации.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Матвеев, К. С., Пятов, В. В. (2010), Влияние процесса термомеханического рециклинга на структуру и свойства материалов, изготовленных из отходов пенополиуретана, *Вестник Витебского государственного технологического университета*, Витебск, 2010, № 18, с. 53.
2. Куксёнок, Т. С., Новиков, А. К. (2009), Особенности конструкции специализированного экструдера для переработки композиционных материалов, *Сборник статей XLII Научно-технической конференции преподавателей, сотрудников, аспирантов, магистрантов и студентов УО «ВГТУ»*, Витебск, 2009.
3. Ким, В. С. (2005), *Теория и практика экструзии полимеров*, Москва, 2005, 568 с.
4. Пятов, В. В. (2002), *Теоретические и технологические основы холодной экструзии порош-*

REFERENCES

1. Matveev, K., Pyatov, V. (2010), Vliyaniye protsessa termomekhanicheskogo retsiklinga na strukturu i svoystva materialov, izgotovlennykh iz otkhodov penopoliiuretana [Influence of thermomechanical recycling on the structure and properties of materials made from waste polyurethane foam], *Vestnik Vitebskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta – Vestnik of Vitebsk state tehnological University*, Vitebsk, 2010, No. 18, p. 53.
2. Kuxsenok, T., Novikov, A. (2009), Osobennosti konstruksii spetsializirovannogo ekstrudera dlya pererabotki kompozitsionnykh materialov [Features of the design of a specialized extruder for the processing of composite materials], *Collection of articles XLII Scientific and Technical Conference of teachers, staff, graduate students, undergraduates and students of the Vitebsk State Technological University*, Vitebsk, 2009.

- ковых материалов, Витебск, 237 с.
5. Пятов, В. В. (2014), Триботехнические исследования пластичных сред, *Вестник Витебского государственного технологического университета*, 2014, № 26, с. 85.
 6. Пятов, В. В., Голубев, А. Н., Ашуров, Ш. Й. (2016), Прикладная САПР для расчета и проектирования деталей и узлов экструдера, *Материалы Международной научно-технической конференции «Переработка отходов текстильной и легкой промышленности: теория и практика», 30 ноября 2016 г.*, Витебск, 2016, с. 82-85.
 3. Kim, V. (2005), *Teoriya i praktika ekstruzii polimerov* [Theory and Practice of Polymer Extrusion], Moscow, 2005, 568 p.
 4. Pyatov, V. (2002), *Teoreticheskiye i tekhnologicheskiye osnovy kholodnoy ekstruzii poroshkovykh materialov* [Theoretical and technological basis of cold extrusion of powder materials], Vitebsk, 237 p.
 5. Pyatov, V. (2014), Tribotekhnicheskiye issledovaniya plastichnykh sred [Tribotechnical studies of plastic media], *Vestnik Vitebskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta – Vestnik of Vitebsk state technological University*, 2014, No. 26, p. 85.
 6. Pyatov, V., Golubev, A., Ashurov, Sh. (2016), Prikladnaya SAPR dlya rascheta i proyektirovaniya detaley i uzlov ekstrudera [CAD application for calculation and design of extruder parts and components], *Materials of the International Scientific and Technical Conference «Recycling of Textile and Light Industry Waste: Theory and Practice», November 30, 2016*, Vitebsk, 2016, p. 82-85.

Статья поступила в редакцию 30. 10. 2017 г.